Муниципальное бюджетное образовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №1 х. Маяк Сальского района Ростовской области

Исследовательская работа

Тема: «Девять способов извлечения корня квадратного»

Автор работы:
Колиева Алина,9 класс

Руководитель:
Будко Любовь Фёдоровна,
учитель математики

.

г. Ростов-на-Дону

Оглавление

I	Введение	3-4
II	Основная часть	4-14
2.1	Способ разложения на множители	5-6
2.2	Способ оценки и отбора	7
2.3	Приближённые способы вычисления корней	7-9
2.4	Занимательные способы извлечения корней для некоторых чисел	10-12
2.5.	Извлечение квадратного корня уголком	12-13
2.6	Двойные радикалы	13-14
III	Заключение	15
	Источники	16
	Приложения	17-20

Я ученица 9 класса. В восьмом классе мы изучили квадратные корни. Для извлечения корней из трёхзначных чисел я выучила таблицу квадратов двузначных чисел от 11 до 31. Это позволяло мне легко выполнять извлечение из трёхзначных чисел. При решении квадратных уравнений и текстовых задач на составление квадратных уравнений приходится извлекать корни из четырёхзначных, пятизначных и т.д. чисел. Часто «школьные способы» приводили к большой затрате времени или «не работали».

Дома, в таких ситуациях, я пользовалась калькулятором, а на контрольной работе и экзамене на следующий год им пользоваться запрещено.

Мне просто необходимо изучить способы извлечения корней квадратных из любых чисел и выбрать наиболее подходящие для меня.

Тема: «Девять способов извлечения корня квадратного».

Цель работы: найти и показать те способы извлечения квадратных корней, которыми можно будет воспользоваться, не имея под рукой калькулятора.

Задачи:

1. Найти различные источники с дополнительной информацией об извлечении корней;
2. Проанализировать литературу по данному вопросу;
3. Изучить дополнительную теорию и формулы по теме;
4. Определить достоинства и недостатки каждого найденного способа;
5. Провести поиск заданий на извлечение корней из открытого банка заданий ОГЭ по математике, дать образец их решения.
6. Составить справочную таблицу по применению различных способов.

Объект исследования: действие извлечения квадратного корня.

Предмет исследования: особенности способов извлечения квадратных корней без калькулятора.

Научная новизна работы заключается в подборе материала по теме, не изучаемой в школьном курсе математики.

Актуальность: рациональные способы извлечение корня квадратного упростят также решение квадратных уравнений и текстовых задач.

Практическая значимость: материал используется на итоговой аттестации.

Методы исследования:

-поисковый метод с использованием научной и учебной литература, а также поиск необходимой информации в сети Интернет;

-практический метод решения на основе полученных знаний;

-теоретический, метод описания, систематизации, обобщения;

-исследовательский метод при поиске теоретического материала, формул, при практических расчётах;
- анализ, систематизация и обобщение полученных в ходе исследования данных, опрос.

2.1. Способ разложения на множители.

Работу я начала с повторения школьного материала о корнях:
- определение : « Арифметическим квадратным корнем из числа *a* называется неотрицательное число b, квадрат которого равен *a*».[2]
-Свойства: « Корень из произведения неотрицательных чисел равен произведению корней», «Корень из частного от деления неотрицательного числа на положительное равен частному корней из этих чисел», «При любом a≥0 $(\sqrt{a})^2$= a», «При любом *a* : $\sqrt{a^2} = |a|$. [2]

-Преобразование корней: вынесение множителя из-под знака корня, внесение множителя под знак корня, приведение подобных радикалов, исключение иррациональности из знаменателя.
- Извлечение корней.
При извлечении корней из больших чисел мы использовали следующие способы:
1.Таблицу квадратов чисел, которая помещена на форзаце нашего учебника.
*Пример1.*Извлечь корень квадратный из числа 9216.
Решение. Обращаюсь к таблице квадратов чисел от 11 до 99. Из таблицы видно, что 9216 $=96^2$, значит $\sqrt{9216}$ = 96. *Ответ. 96.*
2. Способ разложения на множители.
- разложение на простые множители:
если число пятизначное, то таблица не поможет. Пытаюсь разложить его на простые множители.
Пример2: извлечь корень квадратный из 2304 . Решение: разложим число 2304 на простые множители:

2304	1152	576	288	144	72	36	18	9	3	1
2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	

Получим: 2304 = 2·2·2·2·2·2·2·2·3·3=$2^8 \cdot 3^2$. $\sqrt{2^8 \cdot 3^2} = 2^4 \cdot 3 = 48$.*Ответ.48.*
-Разложение на составные множители:
*Пример3:*Вычислить $\sqrt{18225}$.

Решение: разложим 18225 на множители, применяя признаки делимости:

Так как число оканчивается на 25, то оно делится на 25, получим 18225= 25·729, тогда $\sqrt{18225} = \sqrt{25 \cdot 729} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{729} = 5 \cdot 27 = 135.$ *Ответ.135.*

При решении этого примера я использовал признак делимости на 25, таблицу квадратов и свойства извлечения корня ($\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$).

*Пример4.*Найти значение выражения $\sqrt{28224}$.

Решение: разложим 28224 на множители: последние две цифры числа образует число 24, которое делится на 4, значит и исходное число делится на 4
(признак делимости на 4). 28224: 4=7056, Сумма цифр числа 7056 (7+0+5+6=18) делится на 9. По признаку делимости 7056 делится на 9. 7056 :9 =784. Это число делится на 4 по признаку делимости на 4, 784 :4=196. Итак, $\sqrt{28224} = \sqrt{4 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 196} = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 14 = 168.$
Ответ. 168.

Одним больше нравится первый способ, другим – второй. Я провела **опрос** с целью выявления предпочтений моих одноклассников, и попросила их ответить на вопрос:

«Какой способ разложения на множители для вас предпочтительней»?

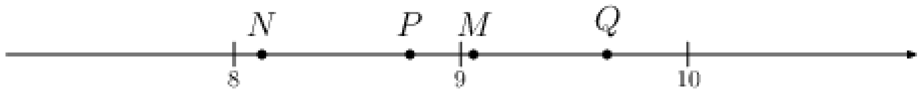
По результатам опроса я построила диаграмму*(приложение 1*). Способ разложения на простые множители выбрали большинство (62%), на составные множители – 31%. Считают оба эти способа равноценными 7% респондентов.

На мой взгляд, способ разложения на простые множители более медленный и длинный. Почему же школьники отдали ему предпочтение? Я думаю, причина в том, что для его применения надо не только знать признаки делимости, но и выполнять определённые умозаключения .

Вывод. С помощью способов из главы 2.1. можно решить все задания из раздела **А** нашего учебника на извлечение корней.

Но для решения некоторых заданий из раздела **Б** их недостаточно. Поэтому я продолжила свою работу по поиску других правил извлечения корней.

Вот одно из таких заданий: [6] *одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу* $\sqrt{82}$. *Какая это точка?*



В этом задании $\sqrt{82}$ не извлекается, это иррациональное число, поэтому можно лишь оценить между какими числами оно находится. Для этого я изучила *способ оценки и отбора.*

2.2. Способ оценки и отбора.

Пример 5. Вычислить $\sqrt{6889}$.

Решение. Здесь я не могу применить ни один из способов из главы 2.1. Необходимо новое правило. Оценим $\sqrt{6889}$ слева и справа:

$80 \leq \sqrt{6889} \leq 90$ (так как $6400 \leq 6889 \leq 8100$). Итак, число $\sqrt{6889}$ находится между числами 80 и 90 его квадрат оканчивается цифрой 9.Это может быть 83 или 87. Проверим: $83^2 = 6889$, $87^2 = 7569$. *Ответ. 83.*

Пример6. Вычислить $\sqrt{3721}$.

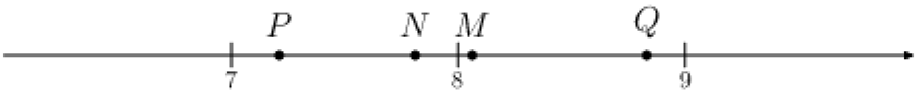
Решение. Оценим число $\sqrt{3721}$ слева и справа: $3600 \leq \sqrt{3721} \leq 4900$,

$60^2 \leq 3721 \leq 70^2$, $60 \leq \sqrt{3721} \leq 70$.

Число $\sqrt{3721}$ находится между числами 60 и 70 , оканчивающееся цифрой 1.Это может быть 61 или 69. Так как число 3721 ближе находится к числу 3600,чем к 4900 (3721-3600 = 121, а 4900- 3721 =1179), то $3721 = 61^2$. Итак, $\sqrt{3721} = 61$. *Ответ. 61.*

Этот способ помогает решить и другие задания *(приложение2*).

Пример7[6]. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{65}$. Какая это точка?



Решение. $7^2=49$, $8^2 = 64$, $9^2=81$. Так как $64 \leq 65 \leq 81$, то

$8 \leq \sqrt{65} \leq 9$ и число 65 соответствует точке M или Q. 65 находится ближе к 64, чем к 81 (65-64=1, а 81-65 =6), поэтому $\sqrt{65}$ соответствует точке M на координатной прямой. *Ответ. M.*

Вывод. Способ оценки и отбора поможет мне решить задания, вида №5-№7. (приложение 2).

Однако, есть задания, где значение иррационального числа надо найти с точностью до десятых, сотых и т.д. Для решения таких заданий я продолжила изучение способов вычисления приближённых значений корней.

2.3. Приближённые способы вычисления корней.

1.*<u>В основу этого способа положено следующее утверждение: если числа a и b положительные и $a^2<b^2$, то a < b.[2]</u>*

Пример 8. Вычислить с точностью до десятых $\sqrt{53}$.

Решение: 4≤ $\sqrt{53}$ ≤8, получим, что $\sqrt{53}\approx 7$ с избытком или $\sqrt{53}\approx 8$ с недостатком. Чтобы получить значение с точностью до десятых, надо возвести в квадрат числа 7,1 ; 7,2; 7,3; 7,4; 7,5; 7,6; 7,7; 7,8; 7,9, пока не получим больше 53: $7{,}1^2=50{,}41$; $7{,}2^2=51{,}84$; $7{,}3^2=53{,}29$.

Так как 51,84≤ 53 ≤ 53,29, то $\sqrt{53}\approx 7{,}2$ с недостатком, а $\sqrt{53}\approx 7{,}3$ с избытком. Возводим в квадрат числа 7,21; 7,22;…7,29 пока не получится число большее 53: $7{,}21^2=51{,}9841$; $7{,}22^2=52{,}1284$; $7{,}23^2=52{,}2729$; $7{,}24^2=52{,}4176$; $7{,}25^2=52{,}5625$; $7{,}26^2=52{,}7076$; $7{,}27^2=52{,}8529$; $7{,}28^2=52{,}9984$; $7{,}29^2=53{,}1441$.

52,8529 ≤ 53≤ 53,1441. Получим $\sqrt{53}\approx 7{,}28$ с недостатком, $\sqrt{53}\approx 7{,}29$ с избытком. Эту оценку можно продолжать до бесконечности. *Ответ.* $\sqrt{53}\approx 7{,}3$.

Вывод. Рассмотренный способ позволяет вычислить значение квадратного корня с заданной точностью, но, я считаю, что он очень трудоёмкий, поэтому продолжила исследования с целью изучения более простого способа.

2. *<u>Метод Ньютона.[3]</u>*

Исаак Ньютон разработал свой способ примерно в 100 году нашей эры. Его способ основан на применении формулы, которую он вывел.

Пусть надо вычислить $\sqrt{x}$, a_1 – точный квадратного корня из числа, не превосходящего x, тогда $a_2=\frac{1}{2}\left(a_1+\frac{x}{a_1}\right)$, a_2- второе приближение, $a_3=\frac{1}{2}\left(a_2+\frac{x}{a_2}\right)$, a_3 – третье приближение, $a_4=\frac{1}{2}\left(a_3+\frac{x}{a_3}\right)$, … $a_{n+1}=\frac{1}{2}\left(a_n+\frac{x}{a_n}\right)$, a_{n+1}- n+1-ое приближение.

*Пример 9.*Найдите приближённое значение числа $\sqrt{91}$.

Решение: x=91, a_1=9, тогда $a_2=\frac{1}{2}\left(9+\frac{91}{9}\right)=\frac{1}{2}(9+10{,}1)=19{,}1:2=9{,}55$,

$$a_3=\frac{1}{2}\left(9{,}55+\frac{91}{9{,}55}\right)=\frac{1}{2}(9{,}55+9{,}52)=19{,}07:2=9{,}535.\dots$$

Вывод. Я вижу, что этот способ позволяет извлекать квадратный корень с любой точностью, но его недостаток в том, что приходится выполнять очень громоздкие вычисления. Есть ли способ точный и не громоздкий?

3. ***Канадский способ***.[3] В 20 веке в Канаде молодой учёный открыл формулу извлечения квадратного корня с точностью до двух, трёх и … знаков после запятой.

Формула: $\sqrt{x} = \sqrt{a} + \dfrac{x-a}{2\sqrt{a}}$ (**), где *a*- число ближайшего квадрата.

*Пример10.*Извлечь корень квадратный из117.

Решение: применим формулу (**), Пусть х=117,ближайший квадрат *a* = 121, тогда $\sqrt{117} = \sqrt{121} + \dfrac{117-121}{2\cdot\sqrt{121}} = 11 - \dfrac{4}{22} = 11 - \dfrac{2}{11} = 11 - 0{,}1818 = 10{,}8182 \approx 10{,}82.$ Извлеку корень на калькуляторе $\sqrt{117} \approx 10{,}8166 \approx 10{,}82$. Ошибка: 0,8182-0, 8166 =0,0016 . Небольшая ошибка позволяет сделать **вывод**, что Канадский способ вычисления квадратного корня достаточно точный и вычисления проще, чем в предыдущем способе.

4. *Способ вавилонян*

Из источника [3] мне стало известно, что ещё за две тысячи лет до нашей эры *древние вавилоняне* использовали способ извлечения квадратных корней. В чём он заключается?

Если надо вычислить $\sqrt{x}$, то число х представлялось в виде суммы a^2+b, где a^2 – ближайший к числу х точный квадрат натурального числа, затем пользовались формулой:

$\sqrt{a^2+b} \approx a + \dfrac{b}{2a}$ (*).

*Пример 11.*Вычислить $\sqrt{53}$ с точностью до десятых.

Решение: 53 = 7^2 +4, используем формулу (*). $\sqrt{53} = \sqrt{7^2+4} \approx 7 + \dfrac{4}{2\cdot 7} \approx 7 + \dfrac{2}{7} \approx 7{,}28,$

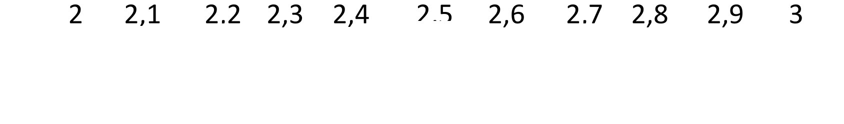
Округляя до десятых, получим $\sqrt{53} \approx 7{,}3$.

Сравню ответ $\sqrt{53} \approx$ 7,3 с результатом, полученным с помощью калькулятора: $\sqrt{53}$ ≈7,280≈7,28 ≈7,3.

Результаты не отличаются.

Вывод. Способ вавилонян и канадский очень похожи, так мне кажется. Но вавилонский метод менее трудоёмкий. Из двух формул я бы выбрала формулу $\sqrt{a^2+b} \approx a + \dfrac{b}{2a}$.

Пример 12.[6] Какой точке на координатной прямой соответствует число $\sqrt{7}$?



Решение: использую формулу $\sqrt{a^2+b} \approx a+\frac{b}{2a}$. $\sqrt{7}=\sqrt{2^2+3} \approx 2+\frac{3}{2\cdot 2} \approx 2+\frac{3}{4} \approx 2{,}75$.

Ответ. Точка С.

2.4. Занимательные способы извлечения корней для некоторых чисел.[5]

1. *Способ вычетов нечётного числа.*

Принцип этого правила следует из равенств для квадратов чисел: 2^2=4=1+3; 3^2=9=1+3+5; 4^2=16=1+3+5+7 5^2=25 = 1+3+5+7+9,…и т.д.

«Вычитаем из подкоренного числа все нечётные числа по порядку, пока остаток не станет меньше следующего вычитаемого числа или равен нулю. Подсчитав количество выполненных действий, определяем, целую часть квадратного корня из числа.»[2]

*Пример 13.*Вычислить $\sqrt{64}$. Решение. 64-1=63; 63-3=60; 60-5=55; 55-7=48;

48-9=39; 39-9=30; 30-11=19; 19-13=6. Посчитаем сколько выполнено вычитаний. Их 8, значит $\sqrt{64}$ =8. *Ответ.8.*

Вывод. Процесс вычисления корня методом вычетов простой, но очень долгий. Для извлечения корня квадратного из числа 4761 надо выполнить 68 вычитаний!!! *(Приложение 3).*

2.*Извлечение корня из чисел, оканчивающихся на 25.*

Учитель рассказал нам на уроке, что для чисел, оканчивающихся на 25, существует особенный способ извлечения (этого способа в наших учебниках нет).

*Примеры 14-16.*Извлечь корень из чисел: $\sqrt{4225}, \sqrt{13225}, \sqrt{46225}.$

Решение. а). $\sqrt{4225}$: заметим, что 42=6·7, $\sqrt{25}=5$. Из двух чисел 6 и 7 выберем меньшее. Получим $\sqrt{4225}$ = 65.Проверка: 65^2=4225. *Ответ.65.*

б). $\sqrt{13225,}$ 132=11·12, $\sqrt{25}=5$. Из двух последовательных чисел выбираем меньшее, получим $\sqrt{13225}$ =115. *Ответ.115.*

в). $\sqrt{46225}$, 462 = 21·22, $\sqrt{46225}$ =215. *Ответ. 215.*

Я составила алгоритм применения этого правила:

а).Число, образованное цифрами слева от 25 представляем в виде произведения двух **последовательных** чисел.

б). В ответ надо записать меньшее из них и справа приписать 5.

Вывод. Этот замечательный способ можно применить лишь в том случае, когда число, образованное цифрами левее 25 является произведением двух *последовательных* чисел.

Недостаток его в том, что трёхзначное число не очень просто разложить на два множителя, которые являются последовательными целыми числами, и совсем не просто, если оно четырёхзначное, пятизначное, шестизначное и т.д.

3. ***Способ отбрасывания полного квадрата.***

Чтобы понять этот способ, мне пришлось изрядно потрудиться, так как в сети Интернет нашлось лишь два примера. После выполнения большого количества вычислений, мне удалось составить алгоритм.

Начну с примеров (17-21) Вычислить: а). $\sqrt{3249} = \sqrt{\underline{32}00 + 49} = 32 + 25 = 57,$ проверка: 57^2=3249; б) $\sqrt{5625} = \sqrt{\underline{50}00 + 625} = 50 + 25 = 75,$ проверка: 75^2=5625;

в). $\sqrt{3969} = \sqrt{\underline{38}00 + 169} = 38 + 25 = 63,$ проверка 63^2= 3969;

г). $\sqrt{5184} = \sqrt{\underline{47}00 + 484} = 47 + 25 = 72,$ проверка: 72^2=5184;

д). $\sqrt{2401} = \sqrt{\underline{24}00 + 1} = 24 + 25 = 69.,$ проверка: 69^2=2401.

Алгоритм:

а).Подкоренное число представить в виде суммы, где одно слагаемое – квадрат числа, а другое − четырёхзначное число, у которого два последних разряда − нули;

б).Полный квадрат отбросить, от другого слагаемого оставить первые две цифры, к которым всегда прибавлять число 25.

Мои исследовательские расчёты подтвердили, что этот алгоритм подходит только для чисел не меньше 32^2 и не больше 75^2.

Кроме того , я доказала, что для чисел 32^2, 33^2, 34^2 алгоритм немного меняется:

а). Подкоренное число представить в виде суммы, где одно слагаемое – квадрат числа, а другое − **трёхзначное число**, у которого два последних разряда - нули;

б). Полный квадрат отбросить, от другого слагаемого оставить **первую** цифру, к которой всегда прибавлять число 25.

Примеры 22-24. Вычислить: а) $\sqrt{1024} = \sqrt{\underline{7}00 + 324} = 7 + 25 = 32,$ проверка 32^2=1024.

б). $\sqrt{1089} = \sqrt{\underline{8}00 + 289} = 8 + 25 = 33,$ в). $\sqrt{1156} = \sqrt{\underline{9}00 + 256} = 9 + 25 = 34.$

Есть ли правило для чисел больше 75^2? **Исследовала** я на следующем этапе своей работы, проделав огромную вычислительную работу.

В результате вычислительных действий, удалось получить правило извлечения корня для чисел больше 75:

а).Подкоренное число представить в виде суммы, где одно слагаемое – квадрат числа, а другое − четырёхзначное число, у которого два последних разряда − нули;

б).Полный квадрат отбросить, от другого слагаемого оставить первые две цифры, к которым всегда прибавлять число 15.

Пример. а). $\sqrt{6724}=\sqrt{\underline{64}00+324}=64+15=79,$ б). $\sqrt{7396}=\sqrt{\underline{71}00+196}=71+15=86.$

Вывод. Эти способы интересные, занимательные. Но чтобы их применять, необходимо запомнить несколько правил, а также надо знать наизусть квадраты чисел до 29.Это способ для тех учеников, у которых очень хорошая память.

Итак, я рассмотрела несколько способов извлечения корней квадратных. У каждого из них есть преимущества и недостатки, которые я анализировала после каждого этапа своей работы.

Существует ли такое правило, которое бы позволило извлекать корни и из точных квадратов и приближённые корни с любой точностью? Я продолжила изучать различные источники с целью найти такое правило.

2.5. Способ деления уголком.[5]

Этот метод позволяет извлечь квадратный корень в любом случае.

Примеры 25-27:

1. Вычислить: а). $\sqrt{9409}$, б). $\sqrt{14884}$, в). $\sqrt{7'95'07}.$

а).18	$\sqrt{94'09}=97$ 81
187· 7	1309 1309
	0

б). 22+ 2	$\sqrt{1'48'84}=122$ 1
24 2 · 2	48 44
	484 484
	0

в). 48+ 8	$\sqrt{7'95'07}\approx 281{,}96\ldots$ 4
56 1· 1	395 384
 561+1	1107 561
5629 9	54600 50661
5638 6 6	393900 338316

56392	55584
……	…….

Этот способ позволил мне извлечь корень квадратный как из точных квадратов, так и числа, которое не является точным квадратом, причём, с любой степенью точности.

Способ этот похож на действие деление натуральных чисел уголком, с некоторыми различиями.

После тренировок по извлечению корней уголком *(приложение4)* я составил для себя и одноклассников алгоритм применения извлечения корня уголком на примере в):

1.Разбиваем подкоренное число на пары, начиная с конца числа.

2.Подбираем число, квадрат которого меньше семи (2^2=4).

3.Далее , в правом столбике выполняем действия как и при делении натуральных чисел уголком.

Подробно опишу действия в левом столбике;

1.4−это удвоенное число 2;

2. Рядом с числом 4 пишем такое число , чтобы произведение получившегося (48·8) на то самое число, которое мы записали рядом с 4 было не больше395;

3.48+8=56;

4.аналогично рядом с числом 56 запишем такое число (это1), чтобы его произведение на 56 было не больше, чем 1107 и т.д.

Вывод. Алгоритм очень длинный, запомнить его трудно, просто надо тренироваться, после выполнения, примерно, десятка заданий каждый шаг запоминается автоматически.

Из всех изученных способов извлечения корней квадратных я отдаю предпочтение трём:

-способу оценки;

- вавилонскому способу;

- делению уголком.

Это универсальные способы, которые можно применить и для точного извлечения и для приближённого. Для их применения не надо запоминать несколько формул или правил.

Интересно, совпадут ли мои предпочтения с выбором одноклассников?

Я, под руководством учителя, познакомила учащихся 9-11 классов с этими тремя способами. Далее: им были предложены задания по извлечению квадратных корней (*приложение5).* Способ извлечения они должны были выбрать сами. Проанализировав результаты, я сделала вывод, что большинство учеников выбрали вавилонский способ (71%), 27% −способ оценки и только 2%− деление уголком. По результатам опроса я построила диаграмму *(приложение 6).*

Я составила таблицу - справочник (*приложение 7*)по применению различных способов извлечения квадратных корней, в которой также указываю недостатки и достоинства каждого способа.

2.6.Двойные радикалы.

В нашем учебнике в разделе : « Для тех, кому интересно» дано определение двойного радикала: «Это выражение вида $\sqrt{a+b\sqrt{c}}$, где *а*, b, с – целые числа, причём, из числа *с* корень не извлекается».[6]

Меня заинтересовали двойные радикалы потому, что задания такого типа содержатся во второй части итоговой аттестации.

Примеыр28-29.[6] Упростить выражение: $\sqrt{12+2\sqrt{11}}-\sqrt{11}$.

Решение. *Первый способ:* представим подкоренное выражение в виде квадрата суммы 12+2 $\sqrt{11}$ = (1+ $\sqrt{11}$)^2. Получим $\sqrt{12+2\sqrt{11}}-\sqrt{11}=$ $\sqrt{\left(1+\sqrt{11}\right)^2}-\sqrt{11}=\left|1+\sqrt{11}\right|-\sqrt{11}=1+\sqrt{11}-\sqrt{11}=1.$ *Ответ: 1.*

Для решения этого задания я использовал формулу квадрата суммы, тождество $\sqrt{x^2}=|x|$, определение модуля $|x|=\begin{cases} x, если x \ge 0, \\ -x, если x\angle 0. \end{cases}$ [2]

Сначала мне было трудно представлять подкоренное выражение в виде квадрата разности или квадрата суммы. Но в результате тренировок, я их преодолела.

Второй способ. Упростить выражение: $\sqrt{12+2\sqrt{11}}-\sqrt{11}$. *Решение*: упростим двойной радикал. $\sqrt{12+2\sqrt{11}}$. Пусть: $\sqrt{12+2\sqrt{11}}$ = x+y $\sqrt{11}$ (1),

12+2 $\sqrt{11}$ =(x+y $\sqrt{11}$)^2, 12+2 $\sqrt{11}$ = x^2+2xy $\sqrt{11}$ +11y^2, 12+2 $\sqrt{11}$ = (x^2+11y^2) +2xy $\sqrt{11}$. Будем искать такие **целые** числа x и y, чтобы выполнялись равенства: x^2+11y^2=12 и 2xy =2. Из второго равенства получим: xy =1, x=1, y=1 или x=-1, y=-1.Обе эти пары подходят и для первого равенства, но уравнению (1) удовлетворяют x=1 и y=1. Тогда получим $\sqrt{12+2\sqrt{11}}$ =1+ $\sqrt{11}$. Наконец, $\sqrt{12+2\sqrt{11}}-\sqrt{11}$ =1+ $\sqrt{11}$ - $\sqrt{11}$ =1. *Ответ: 1.*

Вывод. Надеюсь, приобретённые мною навыки работы с двойными радикалами пригодятся мне на на экзамене.

Моя работа посвящена извлечению квадратного корня.

Сделав анализ всех выбранных мною источников информации: книги, журналы, сайты Интернет, я повторила известные для меня и изучила шесть новых способов извлечения корней, упростил полученную информацию, классифицировал способы извлечения квадратного корня, определила достоинства и недостатки каждого способа. При этом использовала различные методы исследования: изучение, сравнение, практические расчёты, систематизация, обобщение.

В результате расчётно – исследовательской работы, выявила исключения в применении способа извлечения корней из чисел не меньших 75^2 и составил новое правило для чисел 32^2, 33^2, 34^2.

Провела поиск заданий на извлечение корней из открытого банка заданий ОГЭ по математике, дала образец их решения.

Познакомила одноклассников с новыми для них правилами извлечения корня квадратного и провёла опрос на предмет предпочтения способов.

В процессе работы я решила около 70 различных заданий на извлечение корней.

Подробное решение 40 заданий привожу в своей работе.

Результаты моей работы:

1.Я изучила новые способы извлечения корней квадратных, которые позволят мне выполнять извлечение из любого числа с любой точностью.

2.Изученные правила помогли мне решить задачи из открытого банка заданий как из первой, так и со второй части ОГЭ.

3.Внесла поправки извлечения корня квадратного в известное правило для чисел 32^2, 33^2, 34^2.

4. Составила справочник для применения способов извлечения корней квадратных.

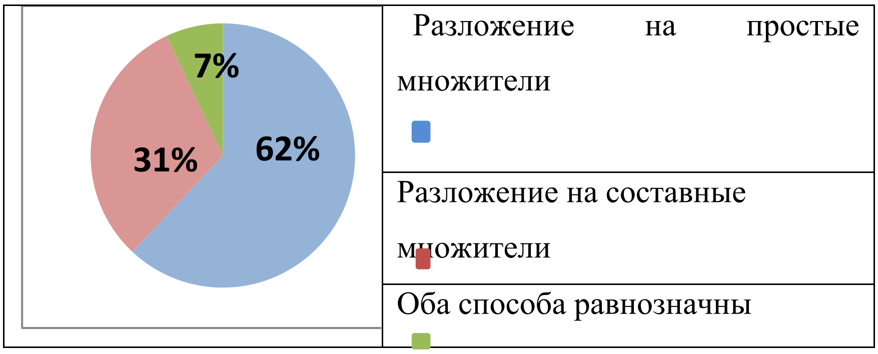
Гипотеза, что новые правила позволят извлекать корни квадратные с меньшей затратой времени и труда **полностью подтвердилась**.

Источники

1. Галицкий М.Л., Гольдман М., Звавич Л.И. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики:5-е изд.-М.: Просвещение, 2012.
2. Дорофеев Г.В., Суворов С. Б., Бунимович Е.А. и др. «: Алгебра. 8 класс», (М.:Просвещение 2016).
3. Керимов З., «Как найти целый корень?» Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" №2, 1980.
4. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Дополнительные главы к школьному учебнику. 8 класс М., Просвещение, 2014.
5. Петраков И.С. «Математические кружки в 8-10 классах»; Книга для учителя. – М.:Просвещение,2002.
6. http://WWW.fipi.ru/content/otkytyy-bank-zadaniy-oge

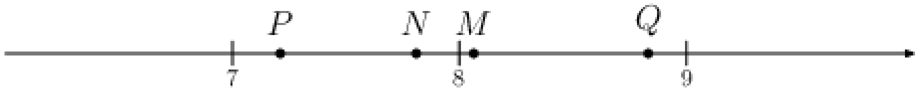
Приложение 1 *Диаграмма. Результаты опроса.*

Количество школьников, предпочитающих данный способ, в %



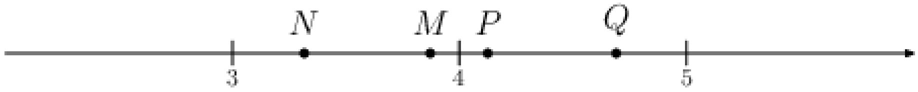
Приложение 2*.Задания ОГЭ*

1.Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{65}$. Какая



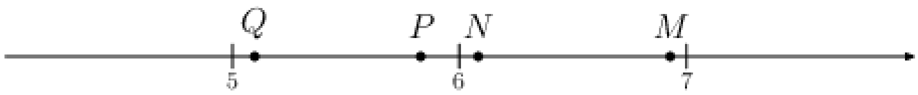
это точка?

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{15}$. Какая



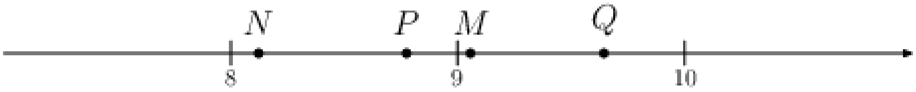
это точка?

3. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{34}$. Какая



это точка?

4. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{82}$. Какая



это точка?

***Приложение3**. Способ вычетов.*

Вычислить $\sqrt{4761}$. Решение:

4761-1=4760
4760-3=4757
4757-5=4753
4753-7=4746
4746-9=4737
4737-11=4726
4726-13=4713
4713-15=4698
4698-17=4681
4681-19=4662
4662-21=4641
4641-23=4618
4618-25=4593
4593-27=4566
4566-29=4537
4537-31=4506
4506-33=4473
4473-35=4438
4438-37=4401
……………….
Всего 69 шагов

$\sqrt{4761}$ =69.

Приложение 4*.* *Практикум по применению способа: «Деление уголком»*

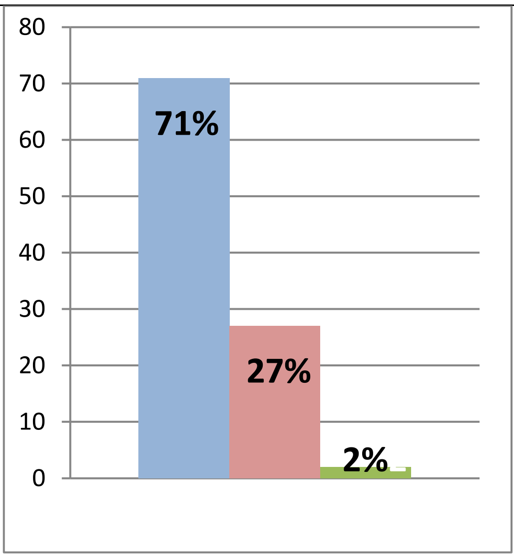
Приложение 5*. Задания для учеников.*

Извлечь корень квадратный: а). $\sqrt{1829}$; б). $\sqrt{6561}$; в). $\sqrt{17424}$.

Ответ: а).73; б).81; в).132.

Приложение 6. *Результаты опроса.*

Количество школьников, предпочитающих данный способ, в%



Способ оценки	
Метод вавилонян	
Деление уголком	

Приложение 7.

Справочная таблица по применению способов извлечения корней.

№	**Способ извлечения корней**	**Достоинства**	**Недостатки**
1.	Способ оценки и отбора	Простой, применим для всех чисел	Трудоёмкий, если оценивать до сотых и т. д.
2.	Метод Ньютона	Позволяет извлекать квадратный корень с любой точностью	Громоздкие вычисления Надо знать формулу
3.	Канадский метод	Позволяет извлекать квадратный корень с любой точностью	Надо знать наизусть формулу и квадраты чисел до 29
4	Метод вавилонян	Позволяет извлекать с любой точностью Точный, не трудоёмкий.	Надо знать наизусть квадраты чисел до 29
5	Способ вычетов нечётного числа	Простой, доступный.	Очень медленный!
6	Извлечение из чисел, оканчивающихся на 25	Занимательный, быстрый.	Применим не для всех чисел, трудоёмкий для четырёхзначных, пятизначных и т.д. чисел.
7	Способ отбрасывания полного квадрата.	Занимательный интересный	Необходимо запомнить несколько правил, а также надо знать наизусть квадраты чисел до 29.
8	Способ деления уголком.	Позволяет извлечь корень квадратный как из точных квадратов, так и числа, которое не является точным квадратом, причём, с любой степенью точности.	Алгоритм очень длинный, не очень понятный. Осваивается только в процессе тренировки.